



## Cvičení: GEOMETRICKÉ KONSTRUKCE

### Čtyřúhelníky

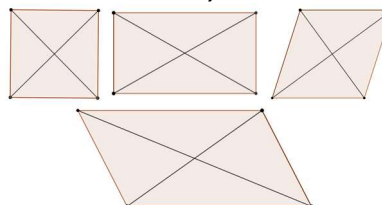
*jakékoliv útvary, které mají čtyři vrcholy  
(čtverec, lichoběžník, kosodélník, ...)*



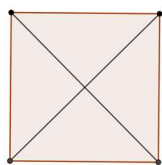
součet velikostí úhlů je  $360^\circ$

### Rovnoběžníky

*čtyřúhelníky, které mají dvě dvojice  
rovnoběžných stran*

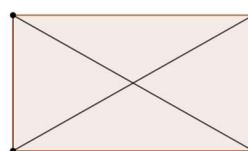


### Čtverec



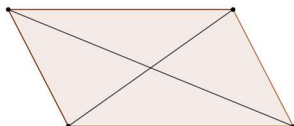
Všechny vnitřní úhly  $90^\circ$   
Úhlopříčky stejně dlouhé a vzájemně kolmé  
Úhlopříčky se navzájem půlí

### Obdélník



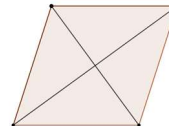
Všechny vnitřní úhly jsou  $90^\circ$   
Úhlopříčky stejně dlouhé a navzájem se půlí

### Kosodélník



Protilehlé vnitřní úhly jsou stejné  
Protilehlé strany jsou rovnoběžné, stejně dlouhé  
Úhlopříčky se navzájem půlí

### Kosočtverec



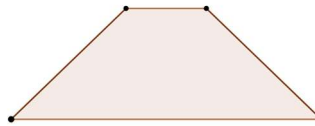
Úhlopříčky jsou vzájemně kolmé  
Úhlopříčky se vzájemně půlí  
Protilehlé úhly jsou shodné

### Lichoběžník



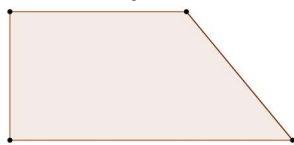
Dvě rovnoběžné základny  
Zbývající dvě strany se nazývají ramena

### Rovnoramenný lichoběžník



Lichoběžník, který má stejně dlouhá ramena  
Dvě dvojice stejně velkých úhlů

### Pravouhlý lichoběžník

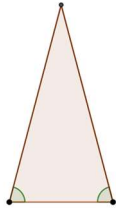


Lichoběžník s jedním pravým úhlem

## Trojúhelníky

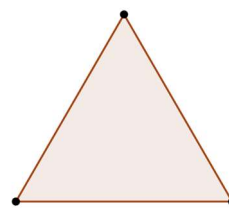
součet tří úhlů vždy  $180^\circ$

### Rovnoramenný trojúhelník



Dvě strany (ramena) stejně dlouhé  
Třetí strana se nazývá základna  
Dva úhly stejně velké

### Rovnostranný trojúhelník



Všechny tři strany stejně dlouhé  
Všechny tři úhly stejně velké

## Než se pustíš do řešení...

Ujisti se, že umíš sestavit základní konstrukce, bez kterých nemůžeš uspět:

- osa úsečky
- osa úhlu
- výška na stranu v trojúhelníku

- 1) Bod  $A$  je vrcholem čtverce  $ABCD$ . Bod  $K$  leží na jedné straně čtverce a bod  $L$  leží na další jeho straně. Narýsuj čtverec  $ABCD$ .

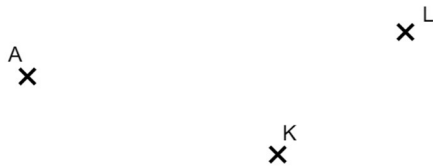
$A$   
x

x<sup>K</sup>

x<sup>L</sup>

*Nápověda 1: Vyplatí se začít průzkumem možností, na kterých dvou stranách mohou body  $K$  a  $L$  ležet. Mohou to být strany protilehlé – a které? Mohou to být strany sousední – které dvojice to mohou být a které ne?  
Nápověda 2: Jediná možnost je ta, že bod  $K$  leží na straně  $AB$  a bod  $L$  leží na straně  $BC$ . Začneme tedy polopřímku  $AK$  a hledáním bodu  $B$ .*

- 2) Bod  $A$  je vrcholem rovnoběžníku  $ABCD$ . Body  $K$  a  $L$  leží ve středu dvou různých rovnoběžných stran rovnoběžníku  $ABCD$ . Narýsuj rovnoběžník  $ABCD$ . Najdi všechna řešení.

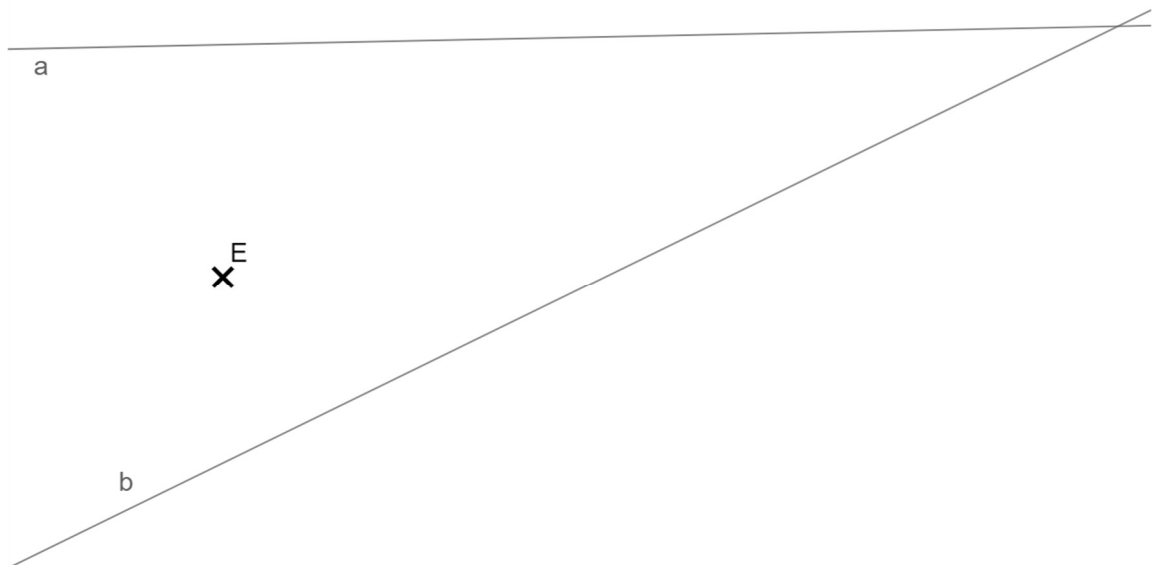


*Nápověda 1: Rovnoběžníky jsou čtyři různé druhy: čtverce, obdélníky, kosočtverce a kosodélníky.*

*Nápověda 2: Vždy, když úloha neříká jasně, středem které strany je nějaký bod, vyplatí se zjišťovat různé možnosti.*

*Bod  $K$  může být středem strany  $AB$ , ale také strany  $BC$ .*

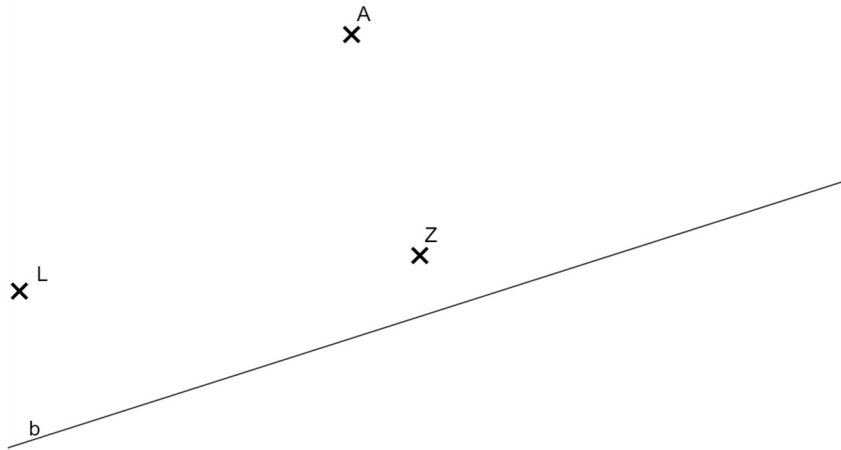
- 3) Bod  $E$  leží na úsečce  $AB$ , která je kolmá na jednu z přímek  $a$  a  $b$ . Úsečka  $AB$  je základnou rovnoramenného trojúhelníku  $ABC$ . Vrchol  $A$  tohoto trojúhelníku leží na přímce  $a$ , vrchol  $B$  leží na přímce  $b$ . Vrchol  $C$  leží na jedné z těchto dvou přímek. Narýsuj trojúhelník  $ABC$ . Najdi všechna řešení.



*Nápověda 1: Podle zadání najdeme dvě různé úsečky  $AB$ . Pokud je úsečka  $AB$  **základnou** rovnoramenného trojúhelníku, musí osa této úsečky být zároveň osou souměrnosti celého trojúhelníku.*

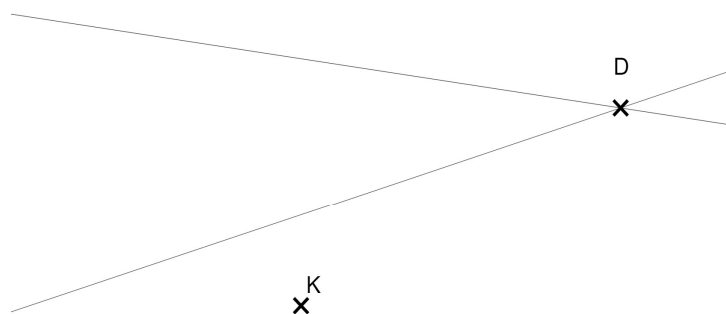
*Nápověda 2: Začni rýsováním úsečky  $AB$ . Pak udělej její osu a rozmysli, kde se může nacházet bod  $C$ .*

- 4) Bod  $A$  je vrcholem rovnostranného trojúhelníku  $ABC$ . Bod  $B$  leží na přímce  $b$ . Vzdálenost bodů  $A$  a  $B$  je stejná, jako je vzdálenost bodů  $A$  a  $L$ . Bod  $Z$  je vnitřním bodem trojúhelníku  $ABC$ . Najdi všechna řešení.



*Nápověda: Rovnostranný trojúhelník má všechny tři strany stejně dlouhé. Ze zadání vyplývá, že vzdálenost  $AL$  je právě délka jedné strany. Takže stačí vzít do kružítka tuto vzdálenost a přenést ji (obloukem) na přímku  $b$ . Tam najdeme bod  $B$ . (Jsou dvě možnosti.)*

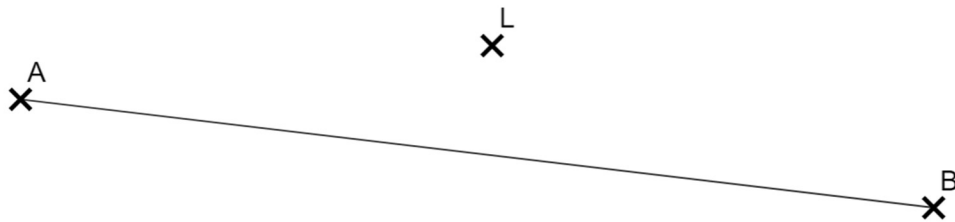
- 5) Bod  $D$  je vrcholem čtverce  $ABCD$ . Bod  $K$  leží na jedné ze stran čtverce  $ABCD$ . Celá jedna strana tohoto čtverce leží na jedné z přímek. Narýsuj čtverec  $ABCD$ . Najdi všechna řešení.



*Nápověda 1: Ta strana čtverce, která má ležet na jedné z přímek, musí být „horní“ strana  $AD$ .*

*Nápověda 2: Bod  $K$  má takovou polohu, že to nevychází, kdyby měl ležet na „spodní“ straně čtverce ( $BC$ ). Musí tedy ležet na straně  $AB$ , která je kolmá na  $AD$ .*

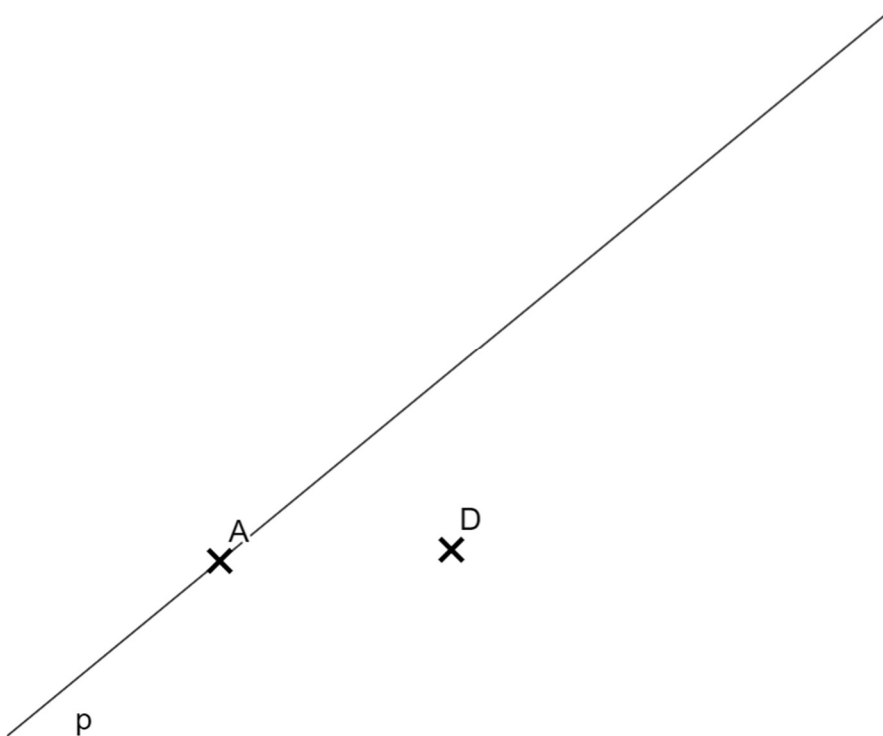
- 6) Body  $A$  a  $B$  jsou vrcholy trojúhelníku  $ABC$ . Vnitřní úhel při vrcholu  $A$  má velikost  $60^\circ$ . Výška na stranu  $c$  má délku  $6$  cm. Bod  $L$  je vnitřním bodem trojúhelníku. Narýsuj trojúhelník  $ABC$ .



*Nápověda 1: O bodu  $C$  víme dvě jeho vlastnosti: musí vytvořit úhel o velikosti  $60^\circ$  a zároveň musí ležet  $6$  cm daleko od úsečky  $AB$ .*

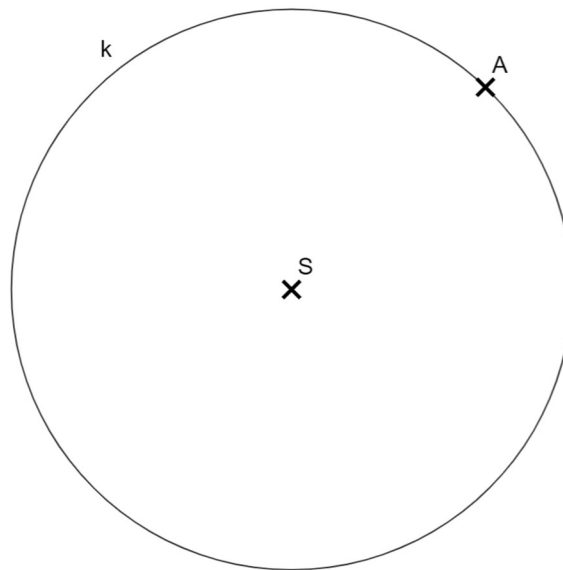
*Nápověda 2: Abychom našli bod  $C$ , musíme narýsovat úhel u vrcholu  $A$  o velikosti  $60^\circ$ . Bod  $C$  bude ležet na jednom z jeho ramen. Zároveň musí být  $6$  cm daleko – to znamená, že musí ležet na rovnoběžce se stranou  $AB$ , která je od této strany  $6$  cm vzdálená.*

- 7) Bod  $A$  je vrcholem trojúhelníku  $ABC$ . Bod  $D$  leží ve středu strany  $AB$ . Strana  $BC$  má délku  $8$  cm a její střed leží na přímce  $p$ . Narýsuj trojúhelník  $ABC$ . Najdi všechna řešení.



*Nápověda: Zadání nám umožňuje začít rýsováním strany  $AB$  (máme zadány její krajní bod a střed). Když pak víme, že střed strany  $BC$  leží na přímce, můžeme si vzít polovinu délky strany  $BC$  do kružítka a tento střed najít. Najdeme tak dvě možnosti.*

- 8) Bod  $A$  je vrcholem rovnostranného trojúhelníku  $ABC$ . Bod  $S$  je středem kružnice  $k$ . Body  $B$  a  $C$  leží na kružnici  $k$ . Narýsuj trojúhelník  $ABC$ .

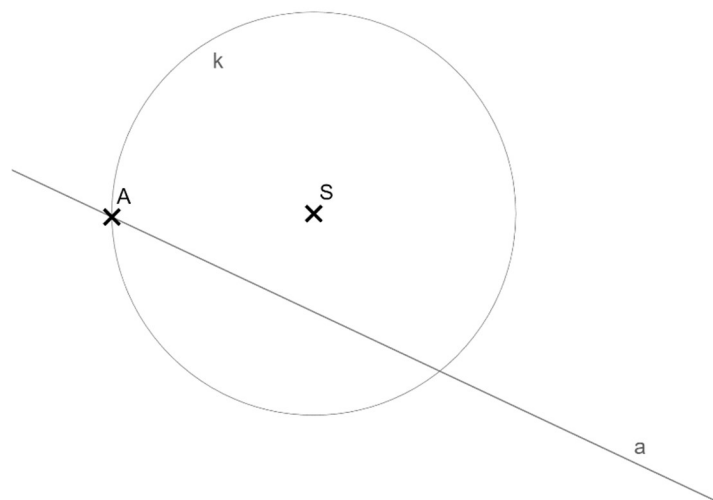


*Nápověda 1: Trojúhelník bude osově souměrný podle přímky, která prochází body  $A$  a  $S$ .*

*Nápověda 2: Velikost úhlu, který svírá strana  $AB$  s přímkou, která prochází body  $A$  a  $S$ , je  $30^\circ$ . To je polovina  $60^\circ$ .*

*Potřebujeme tedy narýsovat přímku, která svírá úhel s osou trojúhelníku  $30^\circ$ . Pak najdeme bod  $B$ .*

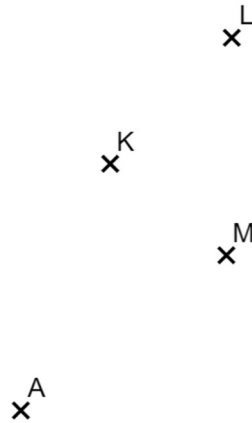
- 9) Bod  $A$  je jedním z průsečíků přímky  $a$  a kružnice  $k$ . Bod  $S$  je středem kružnice  $k$ . Bod  $A$  je vrcholem čtverce  $ABCD$ . Strana  $AC$  leží na přímce  $a$ . **Přesně dva** ze čtyř vrcholů čtverce  $ABCD$  leží na kružnici  $k$ . Sestrojte a označte písmeny chybějící vrcholy čtverce  $ABCD$  a čtverec narýsujte. Najděte všechna tři řešení.



*Nápověda 1: Když strana  $AC$  leží na přímce  $a$ , znamená to, že úhlopříčky všech hledaných čtverců se překrývají.*

*Nápověda 2: Když se překrývají úhlopříčky a bod  $A$  je stejný, znamená to, že i strany  $AB$  a  $AD$  se budou částečně překrývat. Jde jen o to, jak dlouhé budou – aby byla splněna podmínka, že vedle bodu  $A$  je tu ještě jeden bod, který leží na kružnici.*

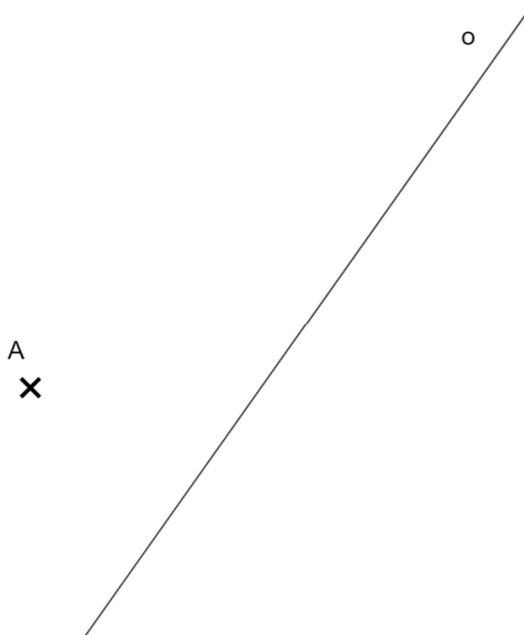
- 10) Bod  $A$  je vrcholem rovnoramenného trojúhelníku  $ABC$ . Bod  $K$  leží na straně  $AC$ . Body  $L$  a  $M$  leží na přímce, která je osou souměrnosti trojúhelníku  $ABC$ . Narýsuj trojúhelník  $ABC$ .



*Nápověda 1: Osa souměrnosti v rovnoramenném trojúhelníku vždy prochází jednak středem základny (je totiž osou základny), jednak jedním z vrcholů trojúhelníku. Měli bychom tedy začít rýsováním přímky, která je osou souměrnosti.*

*Nápověda 2: Bod  $C$  najdeme tak, že narýsujeme polopřímku  $AK$ . Bod  $C$  je průsečíkem této polopřímky a osy souměrnosti.*

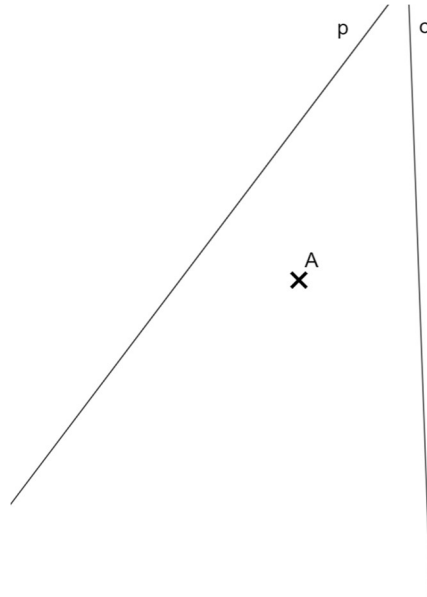
- 11) Bod  $A$  je vrcholem pravoúhelného lichoběžníku  $ABCD$ , který má pravý úhel u vrcholu  $A$ . Přímka  $o$  je osou strany  $AB$ . Délka úsečky  $AD$  je stejná jako délka úsečky  $AB$ . Délka úsečky  $BC$  je 8 cm. Narýsuj lichoběžník  $ABCD$ . Najdi všechna řešení.



*Nápověda 1: Můžeme začít rýsováním strany  $AB$ , protože máme zadanou její osu a bod  $A$ . A protože u vrcholu  $A$  je pravý úhel, dá se pokračovat stranou  $AD$ .*

*Nápověda 2: Ze zadání nevyplývá, která dvě strany mají být rovnoběžné. (Lichoběžník má právě dvě strany rovnoběžné.) Máme tedy dvě možnosti: Strana  $BC$  bude rovnoběžná s  $AD$  – anebo rovnoběžné budou  $AB$  a  $CD$ .*

- 12) Bod  $A$  je vrcholem pravoúhlého lichoběžníku  $ABCD$  s pravým úhlem u vrcholu  $C$ . Úsečky  $BC$  a  $AD$  jsou rovnoběžné s přímkou  $p$ . Úsečky  $AB$  a  $AD$  mají stejnou délku. Přímka  $o$  je osou úsečky  $AB$ .



*Nápověda 1: Bod  $B$  můžeme ze zadání narysovat přímo. Tím se vyplatí začít. Když jsou strany  $BC$  a  $AD$  rovnoběžné s přímkou  $p$ , určitě budou ležet na rovnoběžkách (s přímkou  $p$ ), které procházejí body  $A$  a  $B$ ...*

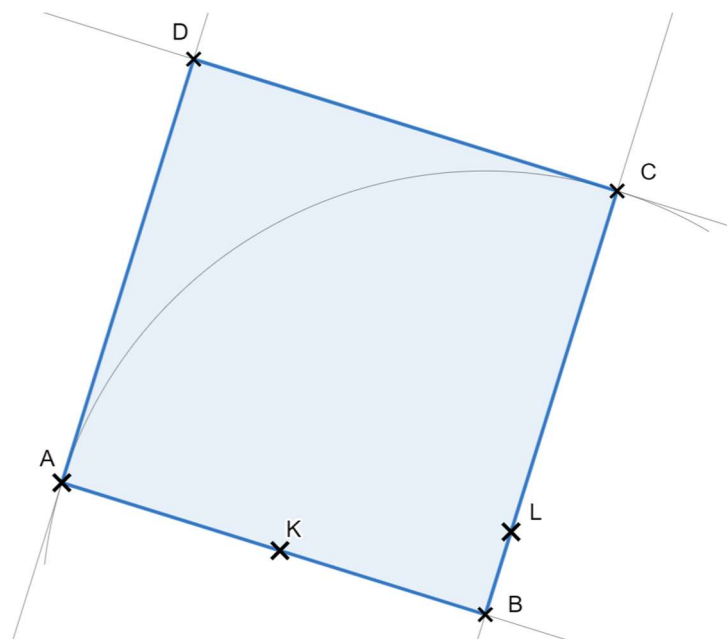
*Nápověda 2: Máme už dva body ( $A$  a  $B$ ). O bodu  $D$  víme, jak daleko od bodu  $A$  se nachází... a víme také, na jaké má ležet přímce. Takže máme dvě možnosti, kde bod  $D$  najít.*

*Nápověda 3: Bod  $C$  najdeme díky tomu, že u něj má být pravý úhel.*

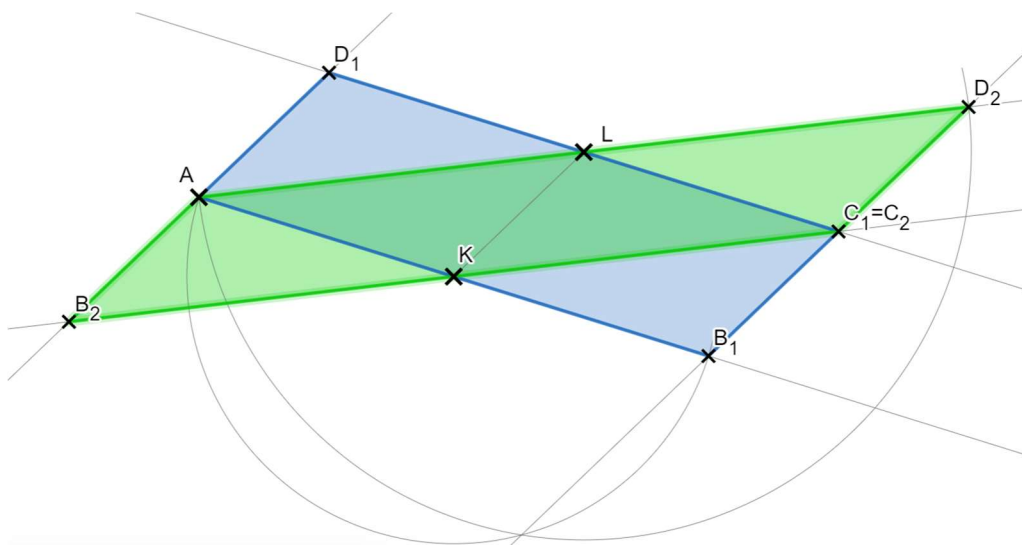


ŘEŠENÍ (rozměry obrázků neodpovídají – jen výsledné tvary)

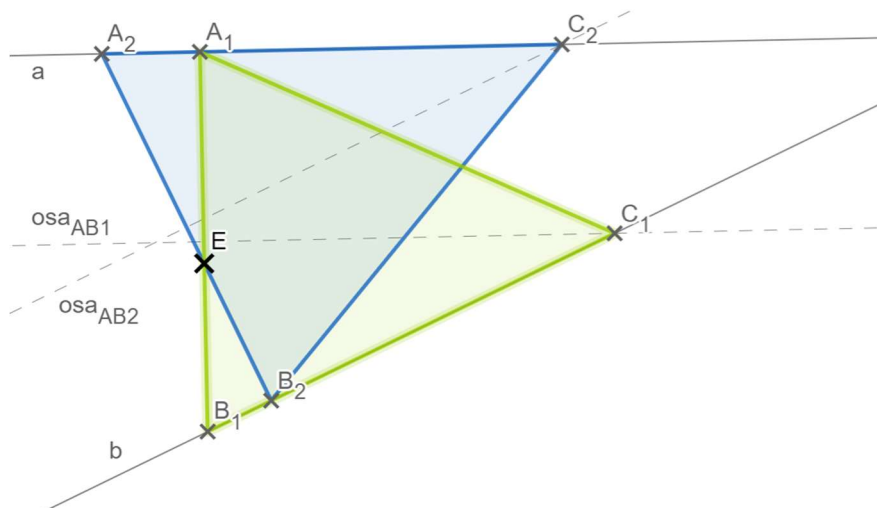
1.



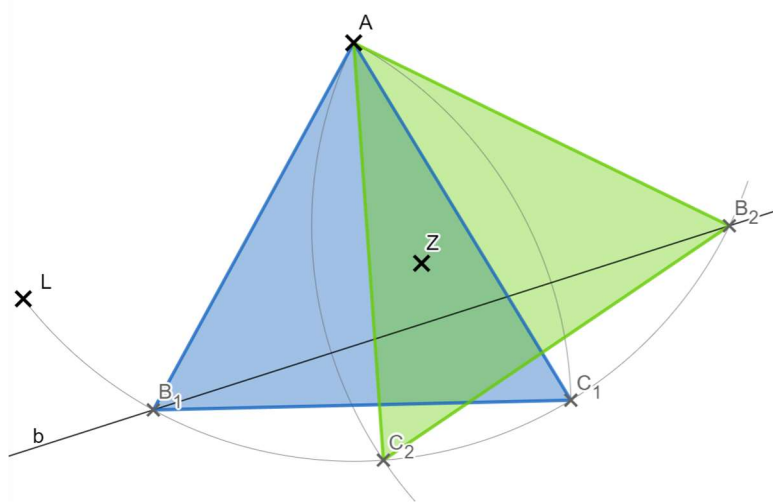
2.



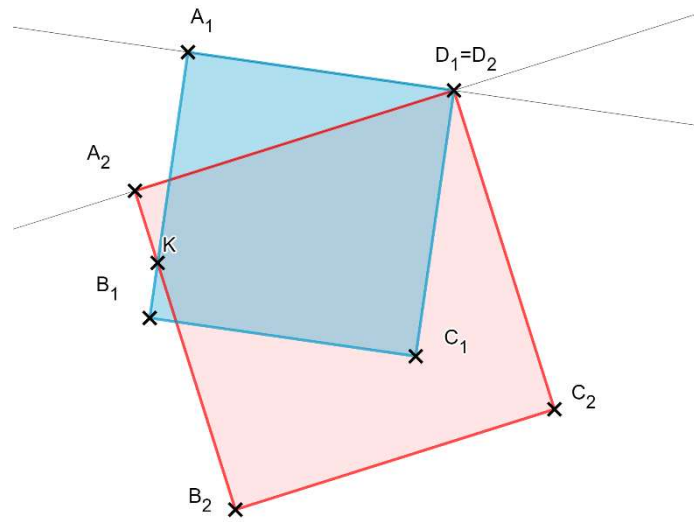
3.



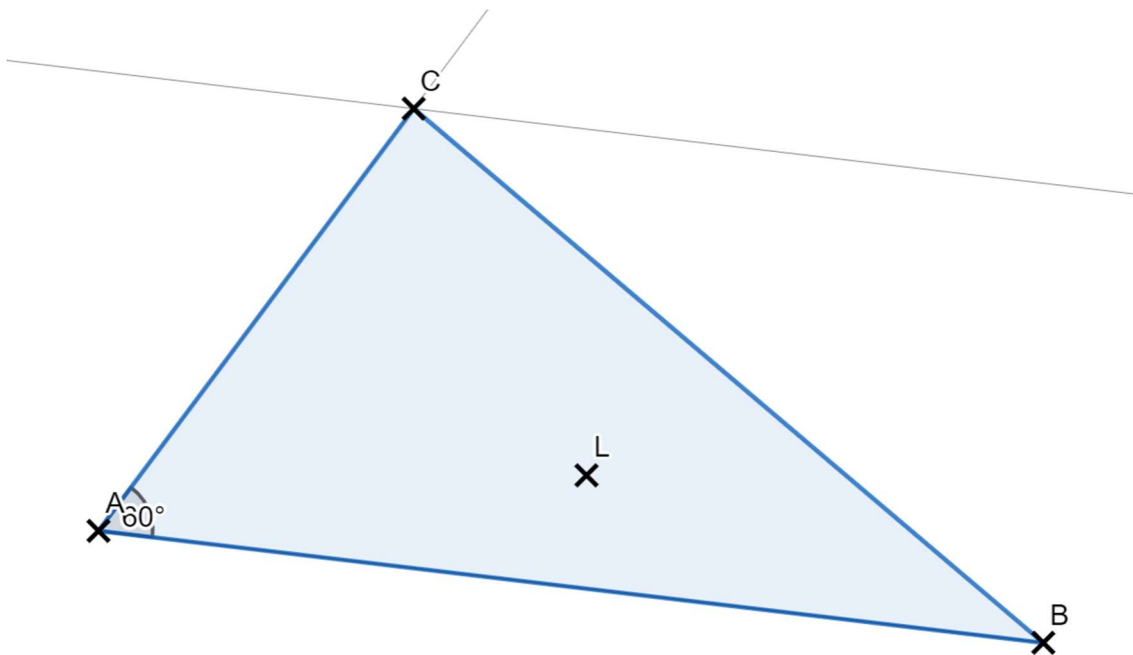
4.



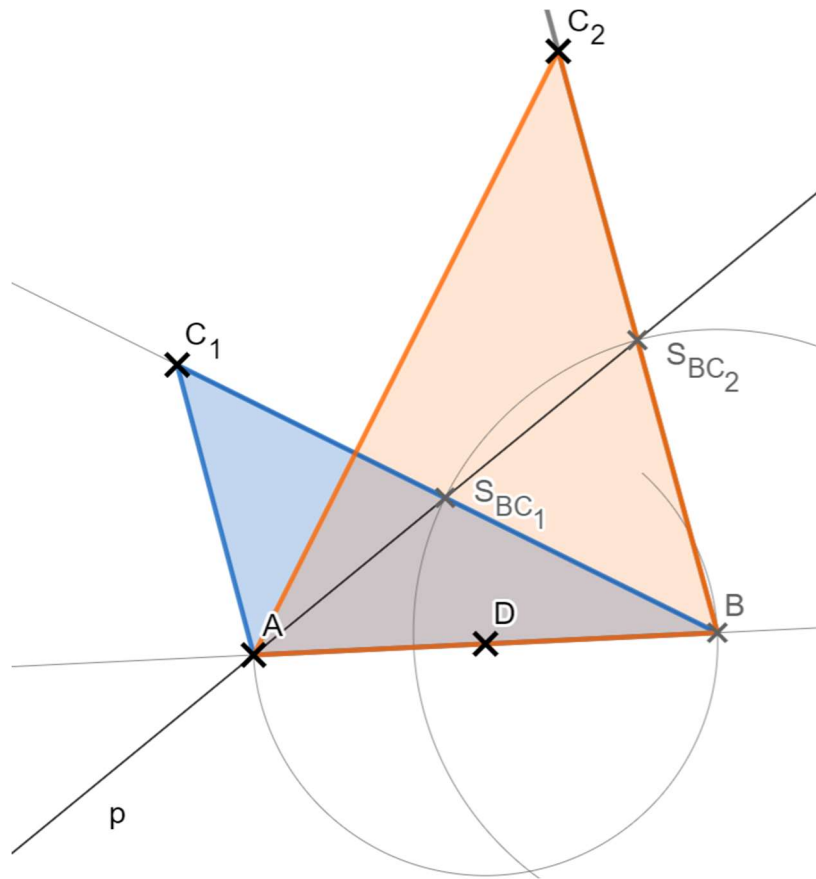
5.



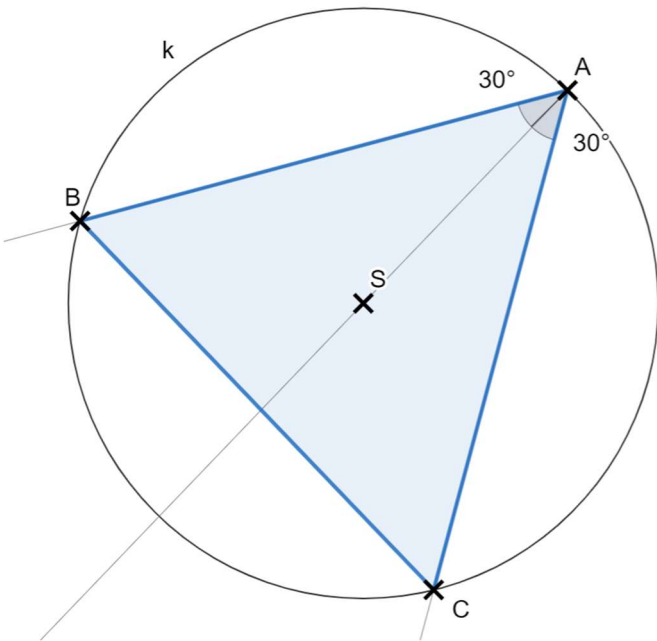
6.



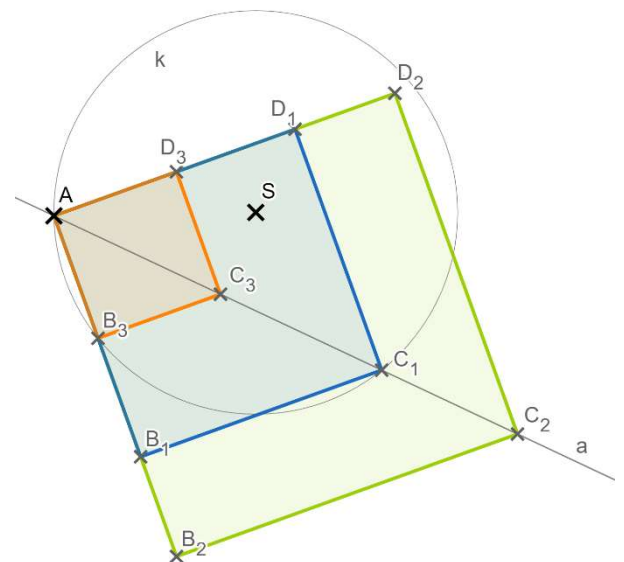
7.



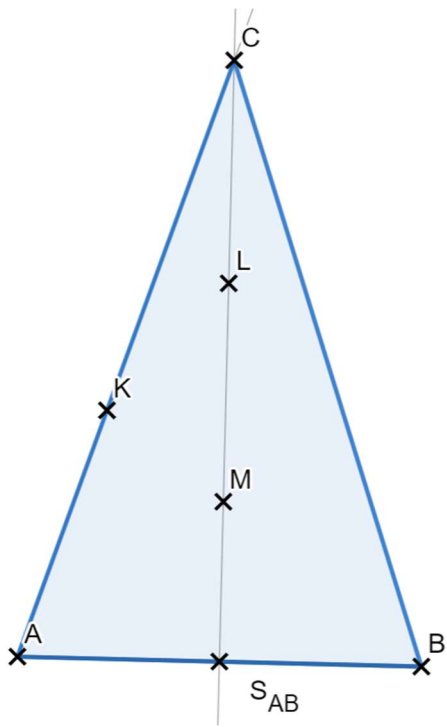
8.



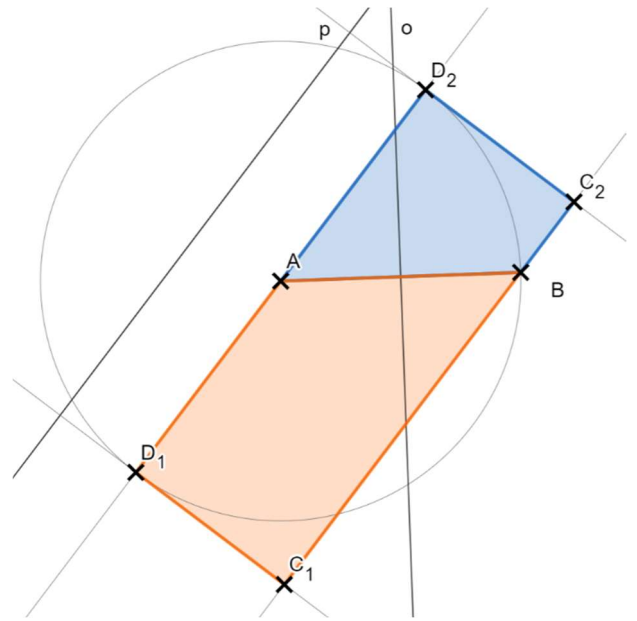
9.



10.



12.



11.

