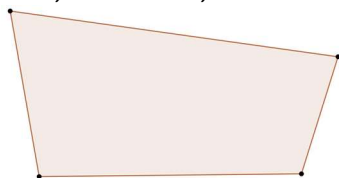




Cvičení: GEOMETRICKÉ KONSTRUKCE

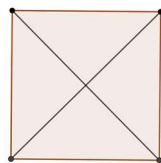
Čtyřúhelníky

*jakékoliv útvary, které mají čtyři vrcholy
(čtverec, lichoběžník, kosodélník, ...)*



součet velikostí úhlů je 360°

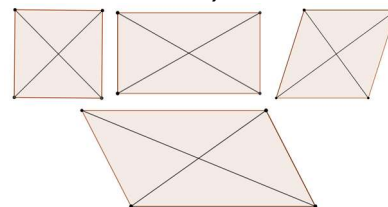
Čtverec



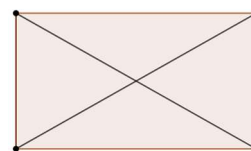
Všechny vnitřní úhly 90°
Úhlopříčky stejně dlouhé a vzájemně kolmé
Úhlopříčky se navzájem půlí

Rovnoběžníky

*čtyřúhelníky, které mají dvě dvojice
rovnoběžných stran*

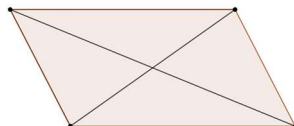


Obdélník



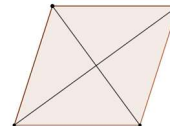
Všechny vnitřní úhly jsou 90°
Úhlopříčky stejně dlouhé a navzájem se půlí

Kosodélník



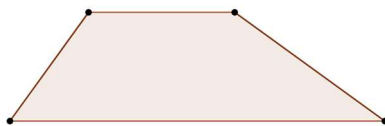
Protilehlé vnitřní úhly jsou stejné
Protilehlé strany jsou rovnoběžné, stejně dlouhé
Úhlopříčky se navzájem půlí

Kosočtverec



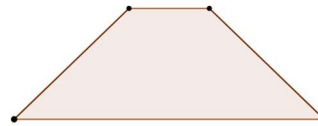
Úhlopříčky jsou vzájemně kolmé
Úhlopříčky se vzájemně půlí
Protilehlé úhly jsou shodné

Lichoběžník



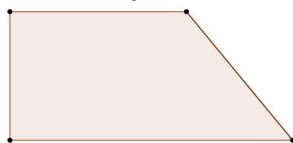
Dvě rovnoběžné základny
Zbývající dvě strany se nazývají ramena

Rovnoramenný lichoběžník



Lichoběžník, který má stejně dlouhá ramena
Dvě dvojice stejně velkých úhlů
Protilehlé úhly mají v součtu 180°

Pravouhlý lichoběžník

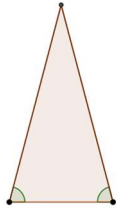


Lichoběžník s jedním pravým úhlem
Tupý + ostrý úhel mají 180°

Trojúhelníky

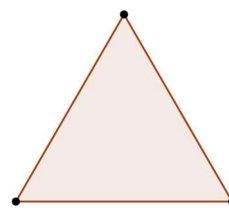
součet tří úhlů vždy 180°

Rovnoramenný trojúhelník



Dvě strany (ramena) stejně dlouhé
Třetí strana se nazývá základna
Dva úhly stejně velké

Rovnostranný trojúhelník



Všechny tři strany stejně dlouhé
Všechny tři úhly stejně velké

Než se pustíš do řešení...

Ujisti se, že umíš sestavit základní konstrukce, bez kterých nemůžeš uspět:

- osa úsečky
- osa úhlu
- těžnice na stranu v trojúhelníku
- těžiště
- výška na stranu v trojúhelníku
- střed kružnice opsané trojúhelníku

- 1) Body A a B jsou vrcholy trojúhelníku ABC . Těžnice na stranu AB měří 5 cm. Bod K leží na této těžnici. Narýsuj trojúhelník ABC .

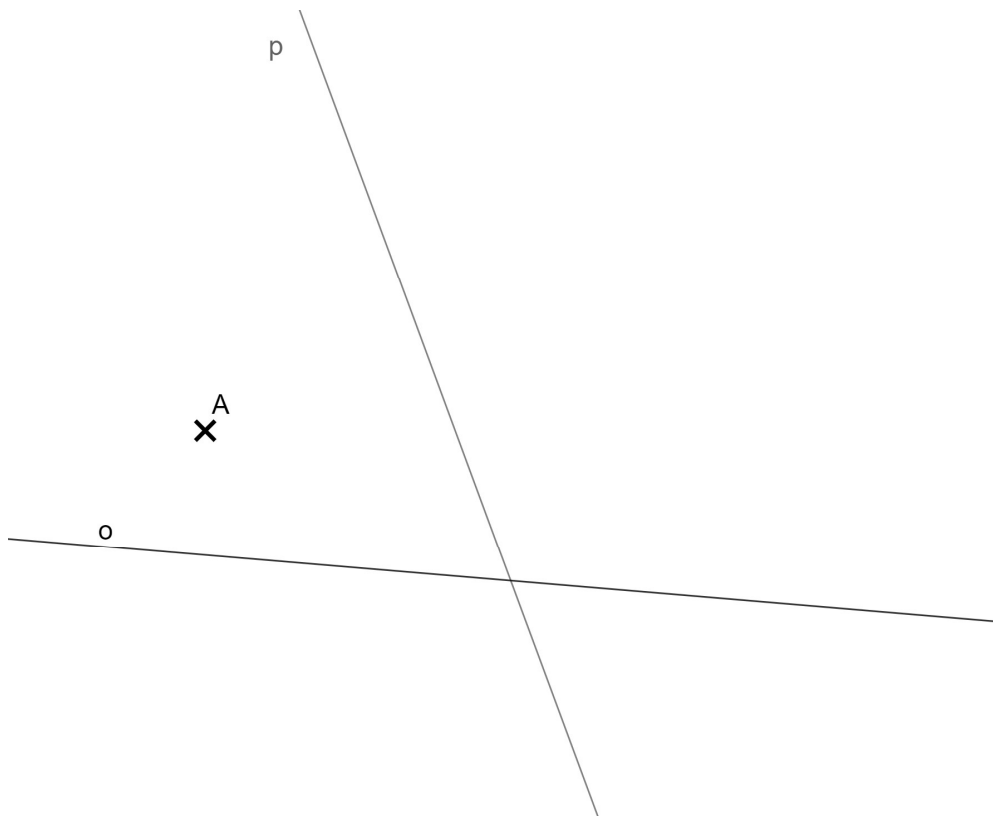
x^A

x^K

x^B

Nápověda: Těžnice je úsečka, která spojuje střed strany s protilehlým vrcholem. Snaž se narýsovat těžnici.

- 2) Rovnoběžník $ABCD$ je osově souměrný podle přímky p . Jeden z jeho vrcholů leží na přímce o . Narýsuj rovnoběžník $ABCD$. Najdi všechna tři řešení.

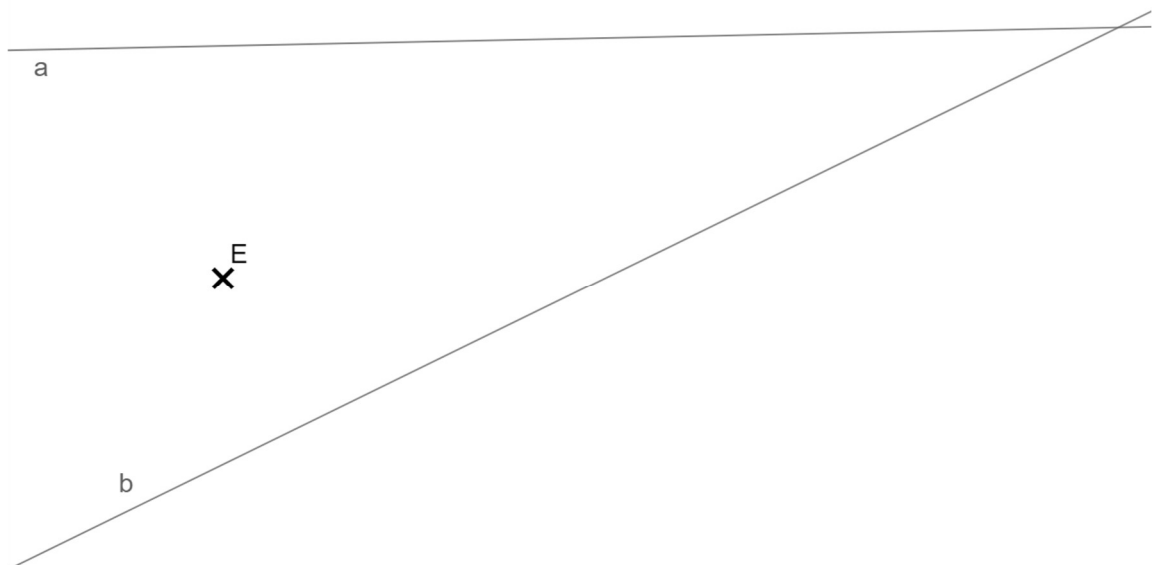


Nápověda 1: Ujasni si, jaké útvary hledáš, když má jít o „osově souměrný rovnoběžník“. V této úloze jsou řešením dva různé druhy takových útvarů.

Nápověda 2: Začni zobrazením bodu A v osové souměrnosti podle přímky p . Tak najdeš další bod, který musí být vrcholem ve všech třech řešeních.

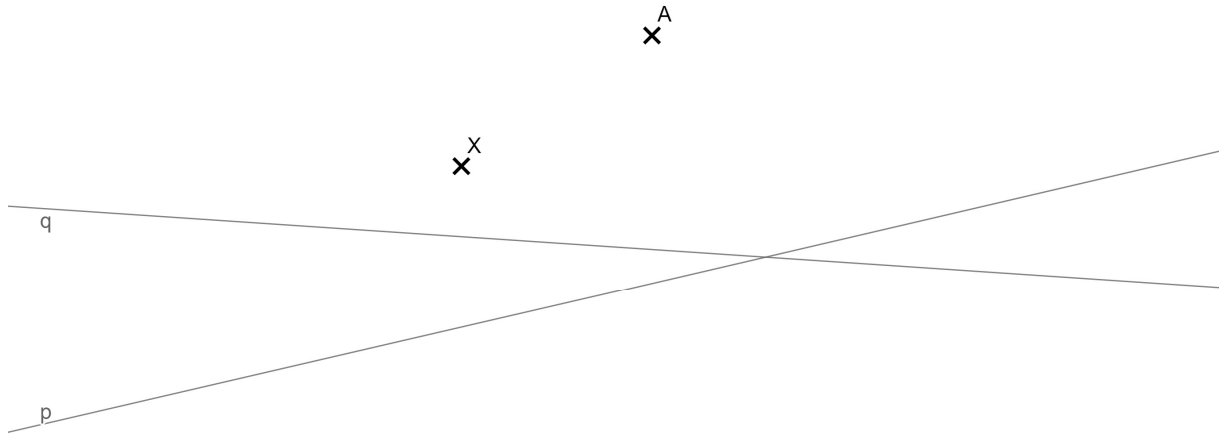
*Nápověda 3: Pokud nemůžeš najít **třetí řešení**, zkus se zbavit představy, že body, které jsou „naproti sobě“ přes osu p , musí být nutně sousední vrcholy. Třeba tyto dva body netvoří stranu, ale úhlopříčku hledaného třetího řešení...*

- 3) Bod E leží na úsečce AB , která je kolmá na jednu z přímek a a b . Úsečka AB je základnou rovnoramenného trojúhelníku ABC . Vrchol A tohoto trojúhelníku leží na přímce a , vrchol B leží na přímce b . Vrchol C leží na jedné z těchto dvou přímek. Narýsuj trojúhelník ABC . Najdi všechna řešení.



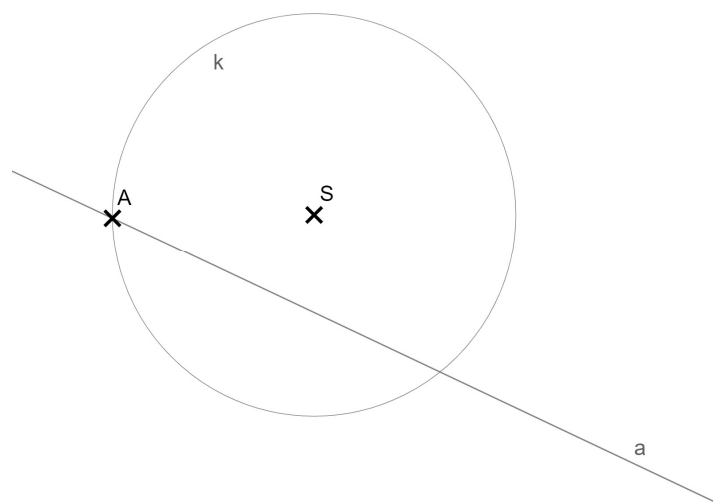
*Nápověda: Podle zadání najdeme dvě různé úsečky AB . Pokud je úsečka AB **základnou** rovnoramenného trojúhelníku, musí osa této úsečky být zároveň osou souměrnosti celého trojúhelníku.*

- 4) Bod A je vrcholem rovnoramenného trojúhelníku ABC . Vrchol B leží na polopřímce AX a současně na jedné z přímek p, q . Přímka, na které leží bod B , je osou trojúhelníku ABC . Narýsuj trojúhelník ABC . Najdi všechna řešení.



*Nápověda 1: V zadání se mluví o tom, kde leží bod B . Určitě se vyplatí začít nalezením bodu B – možnosti jsou dvě.
Nápověda 2: Přímka, na které leží bod B , má být osou trojúhelníku. Body A a C tedy musí být podle této přímky souměrné.*

- 5) Bod A je jedním z průsečíků přímky a a kružnice k . Bod S je středem kružnice k . Bod A je vrcholem čtverce $ABCD$. Bod S leží uvnitř tohoto čtverce. Strana AC leží na přímce a . **Přesně dva** ze čtyř vrcholů čtverce $ABCD$ leží na kružnici k . Sestrojte a označte písmeny chybějící vrcholy čtverce $ABCD$ a čtverec narýsujte. Najděte všechna tři řešení.



*Nápověda 1: Když strana AC leží na přímce a , znamená to, že úhlopříčky všech hledaných čtverců se překrývají.
Nápověda 2: Když se překrývají úhlopříčky a bod A je stejný, znamená to, že i strany AB a AD se budou částečně překrývat. Jde jen o to, jak dlouhé budou – aby byla splněna podmínka, že vedle bodu A je tu ještě jeden bod, který leží na kružnici.*

- 6) Rovnoramenný lichoběžník $ABCD$ má základnu AB , která je nejdelší stranou lichoběžníku. Zbylé tři strany mají shodnou délku 6 cm. Narýsuj lichoběžník $ABCD$.

A
x

B
x

Nápověda 1: Když je lichoběžník rovnoramenný, znamená to, že je osově souměrný.

Nápověda 2: Osa lichoběžníku půlí horní i dolní základnu na polovinu.

Nápověda 3: Když „sešlápneme“ lichoběžník shora, horní základna (jejíž délku 6 cm známe) se objeví „otisknutá“ uprostřed spodní základny. Takto najdeme „otisk“ krajních bodů horní základny. Z těchto „otisků“ můžeme vést vzhůru kolmice, na kterých musí vrcholy C a B ležet. My ovšem také víme, jak daleko od bodů A a B mají ležet.

- 7) Body A a B jsou vrcholy rovnoběžníku $ABCD$. Strana BC měří 3 cm. Výška na stranu AB má délku 2,5 cm. Narýsuj rovnoběžník $ABCD$. Najdi obě řešení.

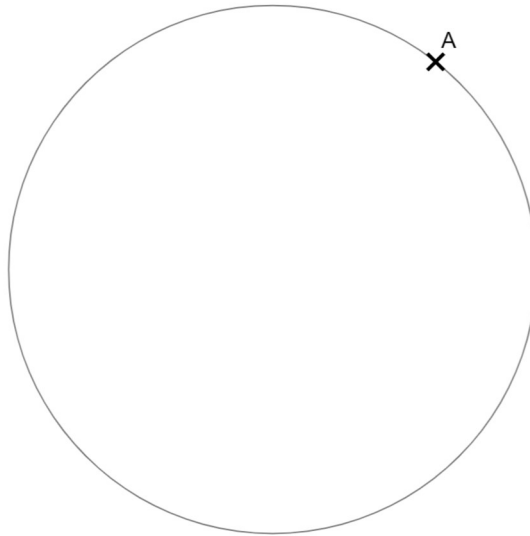
A
x

B
x

Nápověda: Když známe výšku na určitou stranu, můžeme udělat v dané vzdálenosti rovnoběžkou s touto stranou.

Na této rovnoběžně pak musí ležet vrchol, ke kterému se výška měří. V případě rovnoběžníku dokonce platí, že na této rovnoběžce musí ležet ne vrchol, ale dokonce celá strana.

- 8) Bod A leží na kružnici, na které leží také zbylé vrcholy trojúhelníku ABC . Tento trojúhelník je pravouhlý a rovnoramenný. Pravý úhel leží u vrcholu B . Narýsuj tento trojúhelník. Najdi všechna řešení.



Nápověda 1: Úloha se stane snadnou, když najdeme střed kružnice. Potom totiž můžeme sestrojít průměr – a když máme průměr (a tedy také bod C), vrchol B najdeme už snadno.

Nápověda 2: Střed kružnice najdeme díky tomu, že osa jakékoliv úsečky, jejíž krajní body leží na kružnici, musí procházet středem kružnice. Můžeme si tedy vymyslet jakékoliv dvě úsečky, jejichž body leží na kružnici, a když jim uděláme osu, najdeme střed kružnice.

- 9) Body A a C jsou vrcholy obdélníku $ABCD$, jehož strana BC má délku 5 cm. Narýsuj tento obdélník.

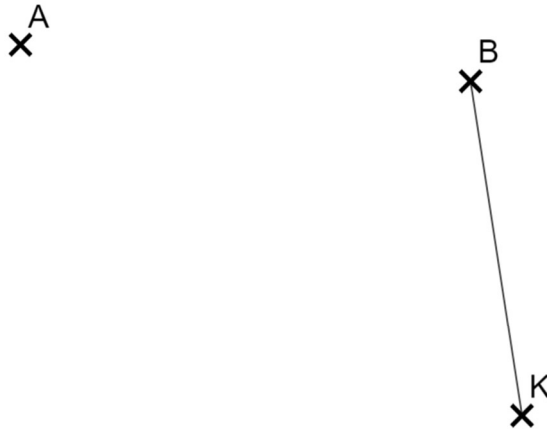
\times^C

\times

A

Nápověda 1: Střed úsečky AC je zároveň středem obdélníku. U vrcholu B musí být pravý úhel...
Nápověda 2: Sestroj Thaletovu kružnici nad úhlopříčkou AC . Bod B se pak bude hledat lépe...

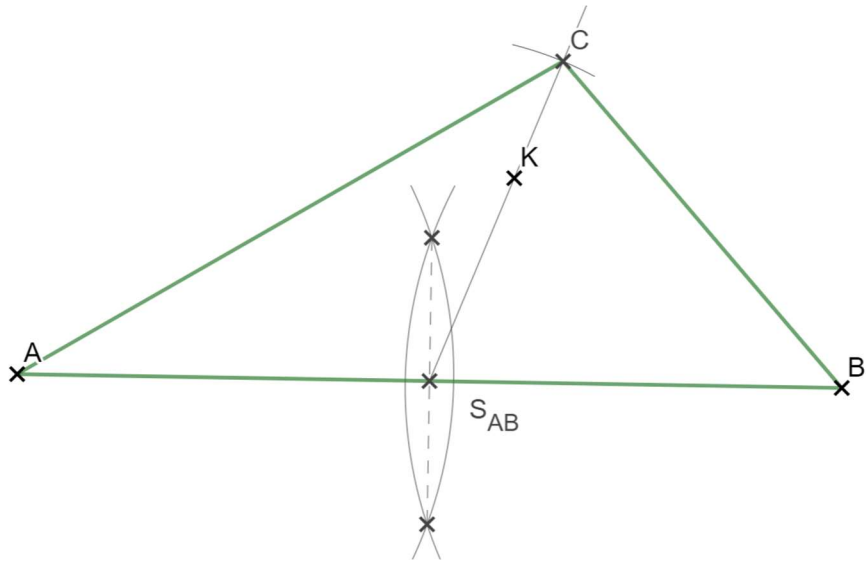
- 10) Body A a B jsou vrcholy rovnoramenného trojúhelníku ABC . Všechny tři vrcholy tohoto trojúhelníku leží na kružnici k , jejíž střed leží na ose úsečky BK . Strana AB tvoří základnu trojúhelníku ABC .



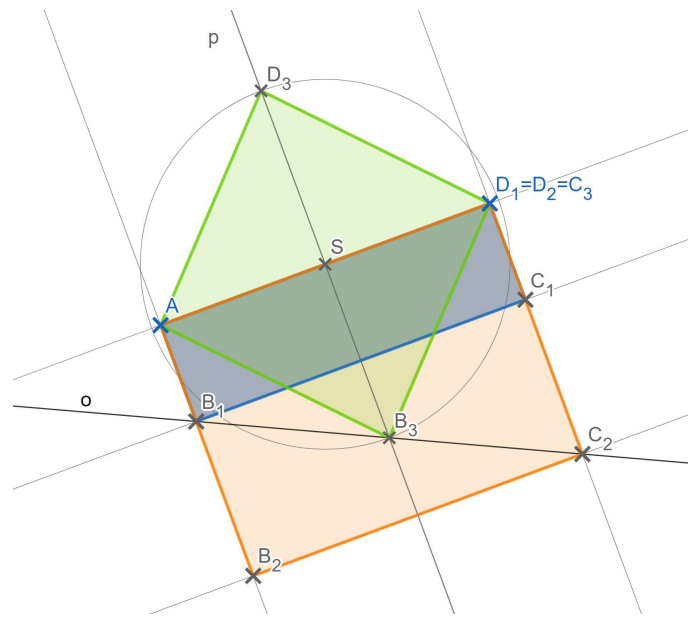
Nápověda 1: Střed kružnice, kterou potřebujeme najít, leží nejenom na ose úsečky BK , ale také na ose úsečky AB .
Nápověda 2: Osově souměrné trojúhelníky mají tu vlastnost, že jedna polovina vypadá úplně stejně jako druhá – jen je zrcadlově převrácená. Z toho vyplývá pro třetí vrchol nad základnou jedna důležitá podmínka: leží na ose základny.

ŘEŠENÍ (rozměry obrázků neodpovídají – jen výsledné tvary)

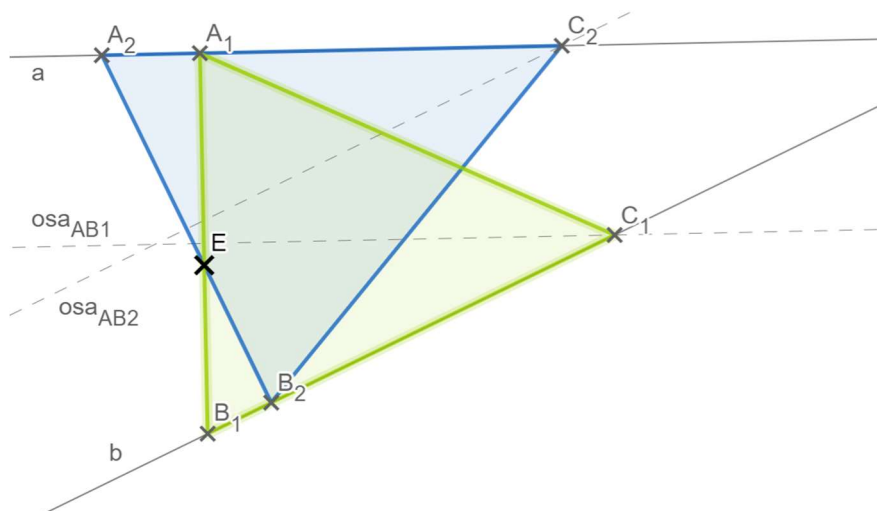
1.



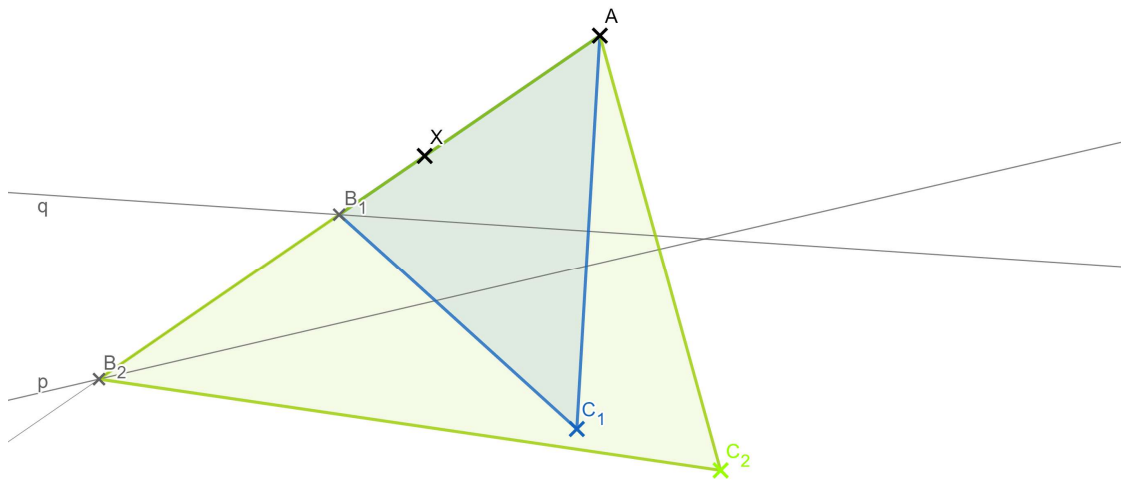
2.



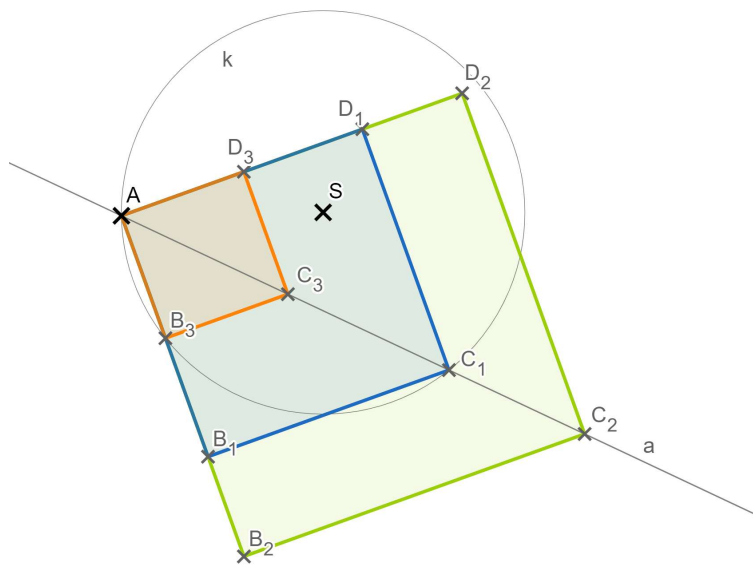
3.



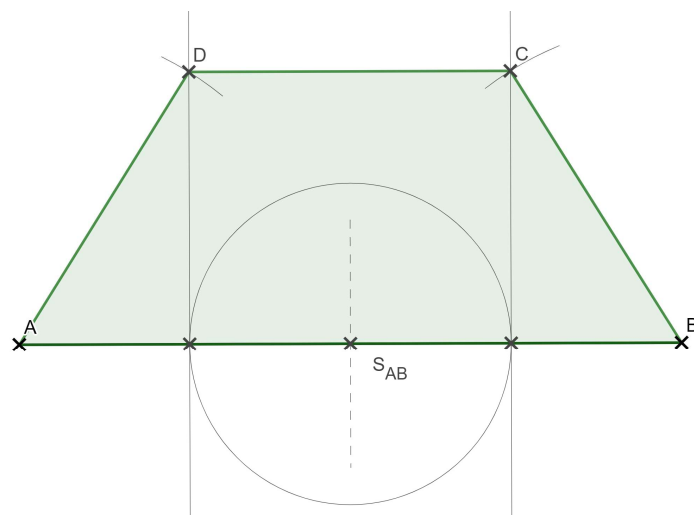
4.



5.



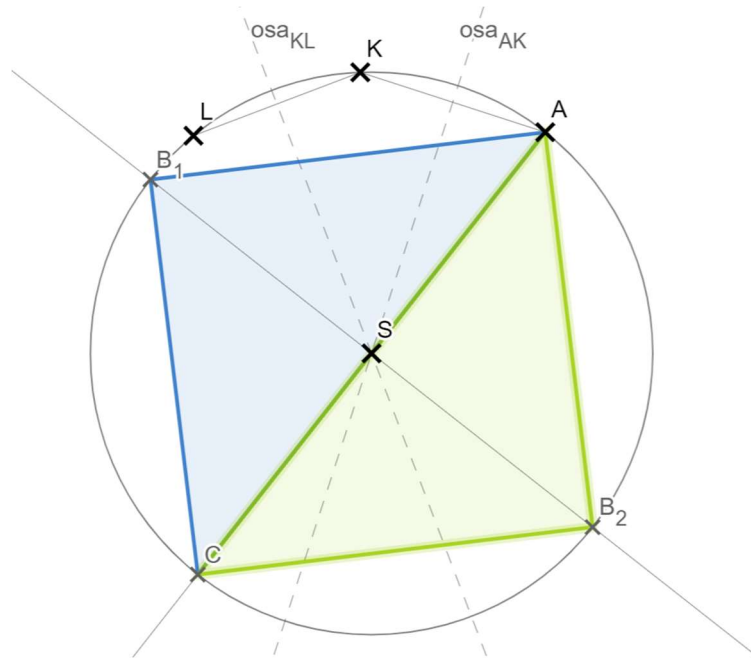
6.



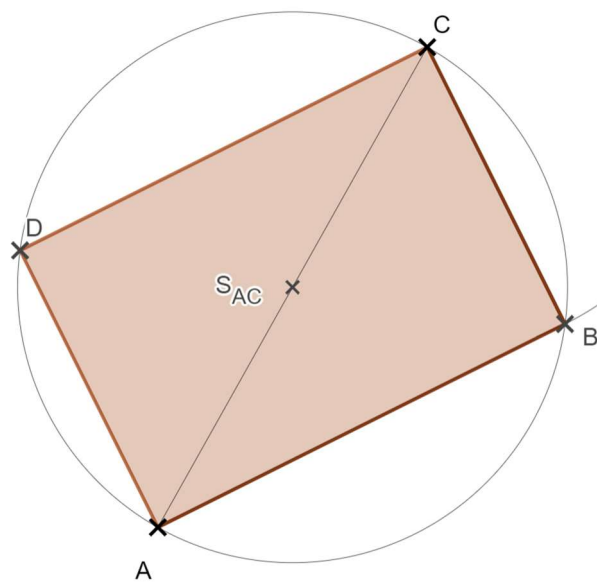
7.



8.



9.



10.

